



2.2.2.2. Practica de laboratorio 3: Medición de corriente D.C con método Indirecto – Resistencia auxiliar. Manejo de incertidumbres y errores.

Para la práctica de laboratorio se trabajaran con los equipos disponibles en el laboratorio de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Sede Tecnológica por lo que se impondrán ciertas limitaciones para simular un entorno real.

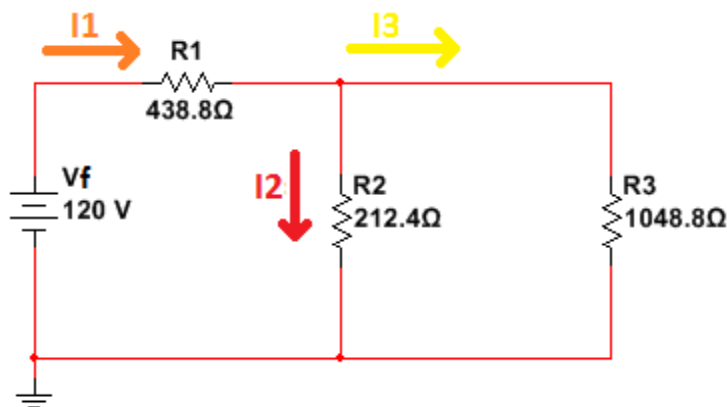


Figura 2.2.2.2.1 Circuito o Sistema

El circuito está montado con diferentes módulos de Lorenzo el cual posee las siguientes especificaciones:

- Tensión - Banco de Lorenzo 1013M3:

Tabla 2.2.2.2.1 Datos fuente del circuito

Tensión	Salida A	Corriente Máxima A
	[V]	[A]
CC Variable	0-240	10



- Resistencia – Banco de Lorenzo 1017:

Tabla 2.2.2.2.2 Datos resistencias del circuito

Datos Elementos				
Datos	Valor Nominal		Potencia Nominal	
R1	435	Ω	400	W
R2	213	Ω	400	W
R3	1050	Ω	400	W

El equipo de medición utilizado será el Fluke 179 y se encargara de realizar la medición de la resistencia Thevenin y la corriente **I₂** sin limitaciones de rango:

Tabla 2.2.2.2.3. Datos Fluke 179 – Tensión

DC mV	600.0mV	0.1 mV	0.09%+2
DC V	6.000 V	0.001 V	0.09%+2
	60.00 V	0.01 V	0.09%+2
	600.0 V	0.1 V	0.09%+2
	1000 V	1 V	0.15%+2

Tabla 2.2.2.2.4 Datos Fluke 179 – Resistencia

Ohms	600.0 Ω	0.1 Ω	0.09%+2
	6.000 k Ω	0.001 k Ω	0.09%+1
	60.00 k Ω	0.01 k Ω	0.09%+1
	600. k Ω	0.1 k Ω	0.09%+1
	6.000 M Ω	0.001 M Ω	0.09%+1
	50.00 M Ω	0.01 M Ω	1.5%+3

Limitaciones, recomendaciones y objetivos:



- La tensión Thevenin no se registrara en el informe como una tensión medida, esto es para simular una situación donde la tensión esta fuera de los rango de operación.
- Realizar una medición de las resistencias previamente a la conexión del circuito usando el mejor rango de operación posible del equipo, esto con el fin de realizar una corrección en los cálculos.
- Garantizar el valor de la tensión de la fuente (VF) con un equipo de medición cuando el circuito esté conectado y energizado.
- Garantizar potencias de operación adecuadas para evitar daños en los equipos (módulos y equipos de medición).
- Realizar análisis del error y de incertidumbre en las variables de interés, esto con el fin de centrarse en el tipo de conexión (R auxiliar) y así no extenderse demasiado.

Debido a las limitaciones, recomendaciones y objetivos de las mediciones realizadas sobre las resistencias individualmente se obtiene la siguiente corrección, recordando la forma de calcular la incertidumbre por medio del catálogo:

$$\pm \Delta R_X = (\%Exactitud * R_X) + (Resolucioncifras\ significativas * Exactitud)$$

$$R_X = R_{Xm} \pm \Delta R_{Xm}$$

Ecuación 2.2.2.2.1 Calculo incertidumbre de resistencias por catalogo

Tabla 2.2.2.2.5 Medicion de las resistencias individuales

Elemento	Valor Nominales	Rango de Medición	Valor medidos	Exactitud del equipo	Incertidumbre de la Medida (%)	Incertidumbre de la Medida ±
R ₁ [Ω]	435 [Ω]	600,0 [Ω]	438.8 [Ω]	0,9%+2	0,13 %	0,6 [Ω]
R ₂ [Ω]	213 [Ω]	600,0 [Ω]	212.4 [Ω]	0,9%+2	0,18 %	0,4 [Ω]
R ₃ [Ω]	1,050 [kΩ]	6,000 [kΩ]	1,048 [kΩ]	0,9%+1	0,19 %	0,002 [kΩ]

A continuación se puede observar el circuito con la ubicación del equipo de medida (amperímetro) como del valor de su resistencia, recordando las correcciones a las resistencias **R1**, **R2** y **R3**:

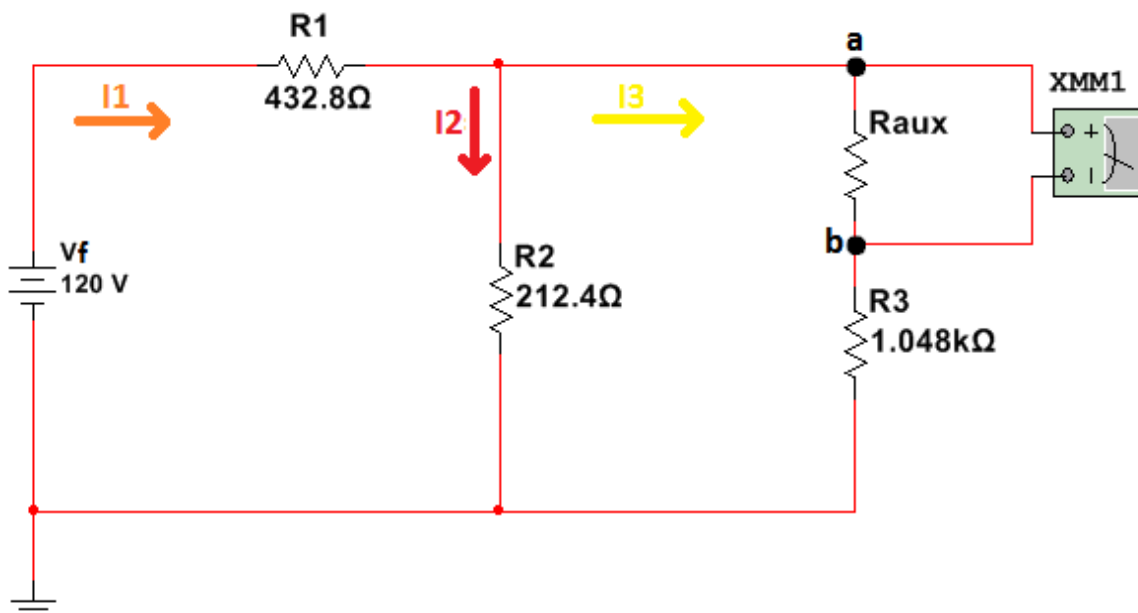


Figura 2.2.2.2 Circuito – Ubicación Sistema de medición – R auxiliar

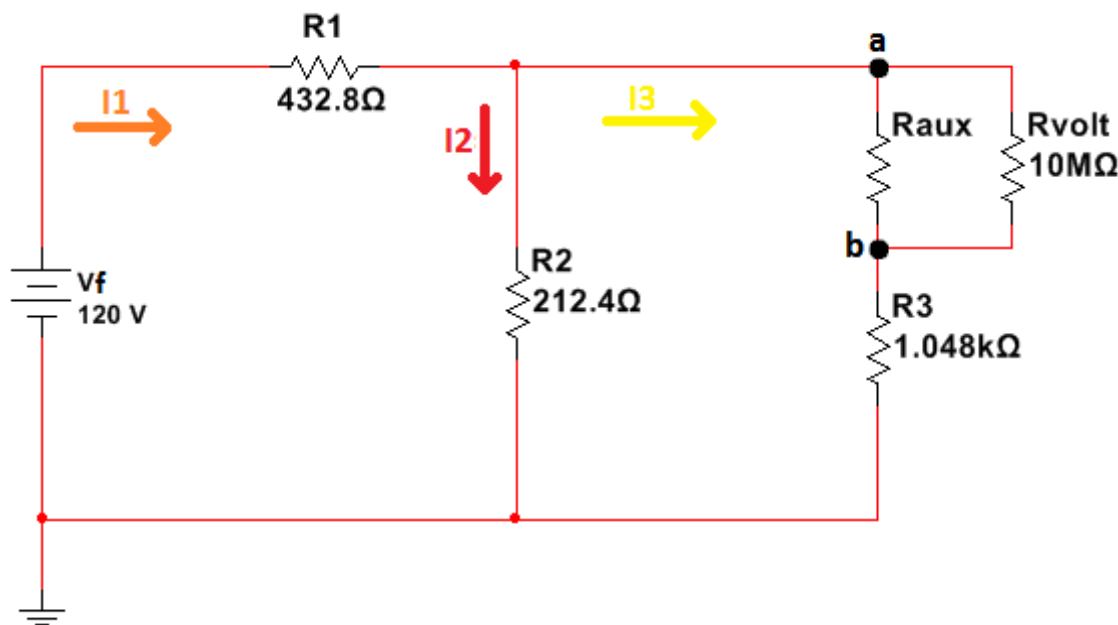


Figura 2.2.2.3 Circuito real

El primer paso al realizar un análisis de medición es realizar los cálculos necesarios para conocer el equivalente Thevenin visto desde los puntos de conexión del equipo (a-b):

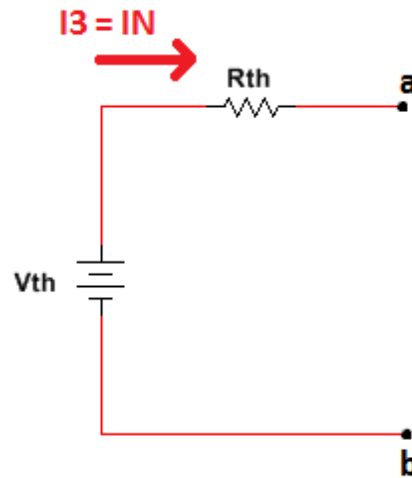


Figura 2.2.2.2.4 Equivalente Thevenin

Para determinar el equivalente Thevenin se deben seguir los siguientes pasos:

- Extraer el equipo de medición de tal forma que los puntos a-b queden intactos:

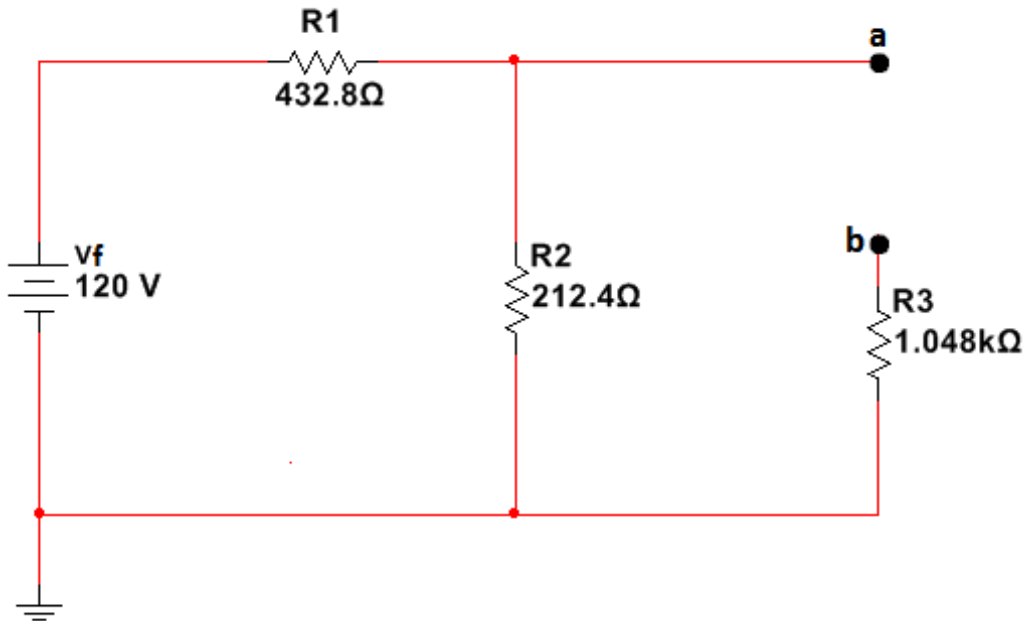


Figura 2.2.2.2.5 Extracción del equipo de medición

- Realizar el cálculo de tensión vista en los puntos a-b:



Para este caso R_2 es extraída del circuito ya que no existe un paso de corriente por lo que la tensión vista desde a-b será la misma tensión de la resistencia R_2 (V_{R2}):

$$V_{th} = V_{a-b} = V_{R2}$$

$$V_{R2} = V_f * \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_{th} = V_{R2} = 39,50 [V]$$

Ecuación 2.2.2.2 Tensión Thevenin

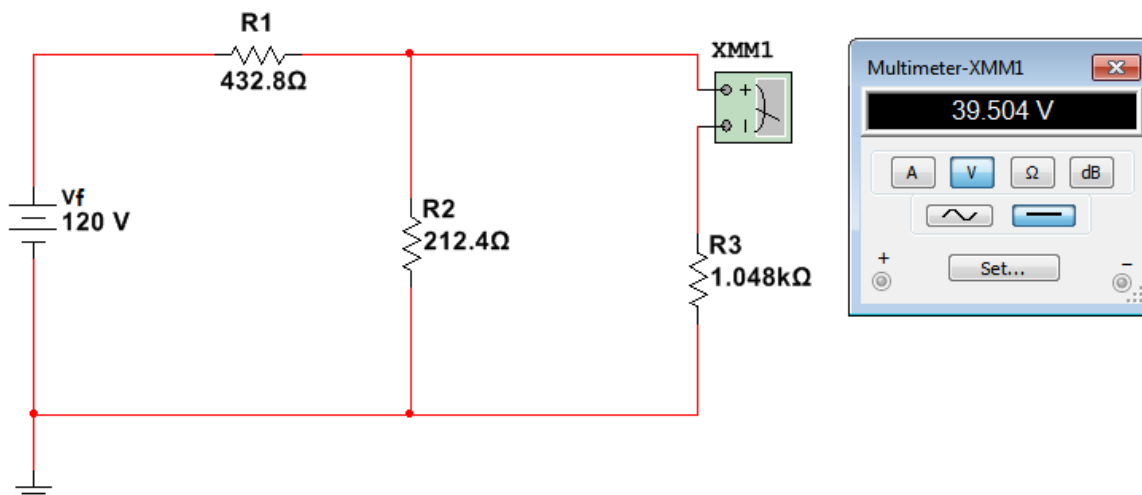


Figura 2.2.2.2.6 Tensión a-b – Equipo de medición ideal

- Realizar el cálculo de la resistencia vista en los puntos a-b:

La resistencia Thevenin se determinará volviendo cero (0) el valor de la fuente, al ser una fuente de tensión un corto circuito y en el caso práctico la extracción de esta y la conexión del circuito:

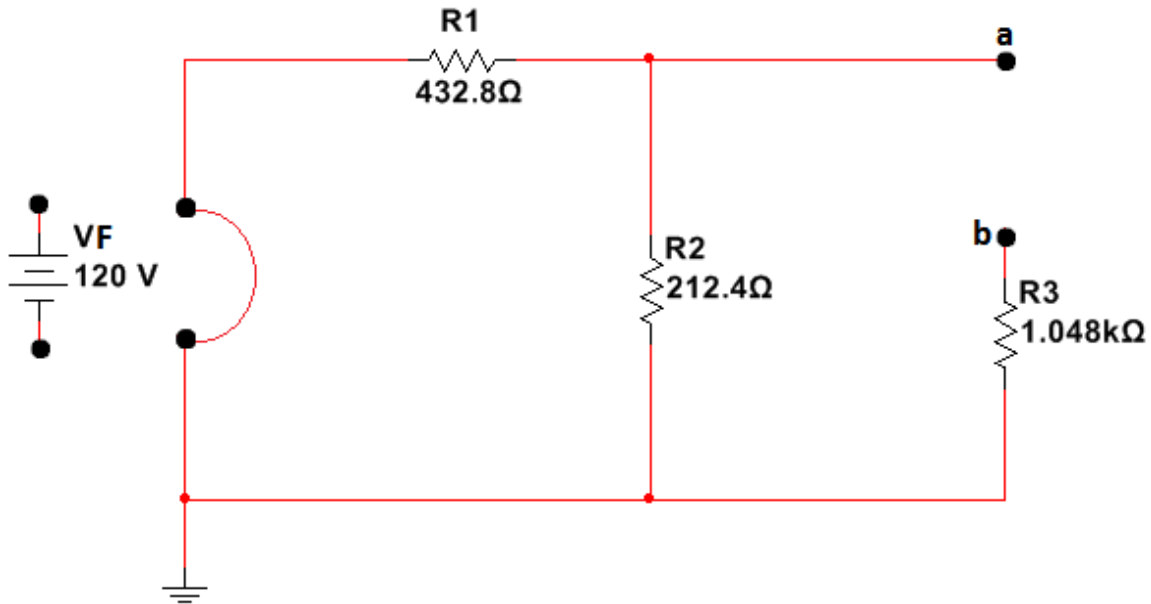


Figura 2.2.2.2.7 Circuito calculo resistencia Thevenin

Una vez extraída la fuente de tensión se debe hacer una reducción de resistencias manteniendo los puntos a-b intactos, para este caso se determinara de la siguiente manera:

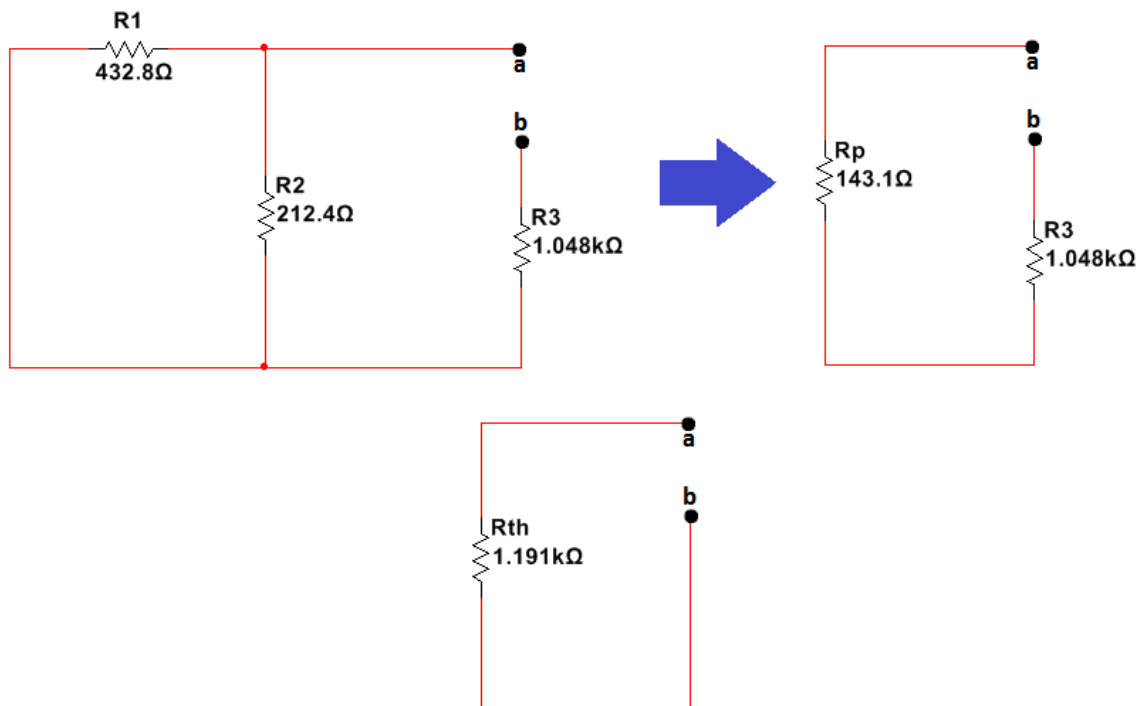


Figura 2.2.2.2.8 Reducción de resistencias

$$R_p = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1}$$

$$R_p = \left(\frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} \right)$$

$$R_p = 143,1 [\Omega]$$

Ecuación 2.2.2.2.3 Resistencia paralelo

$$R_{th} = R_p + R_3$$

$$R_{th} = 1,191 [k\Omega]$$

Ecuación 2.2.2.2.4 Resistencia Thevenin

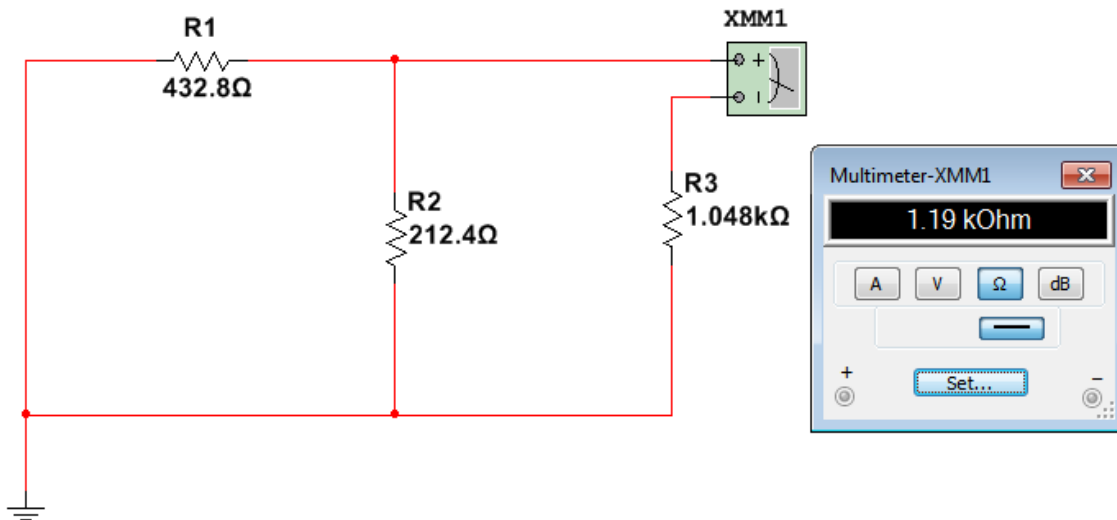


Figura 2.2.2.2.9 Resistencia Thevenin del sistema

Realizando estos cálculos se posee un circuito equivalente Thevenin de las siguientes características:

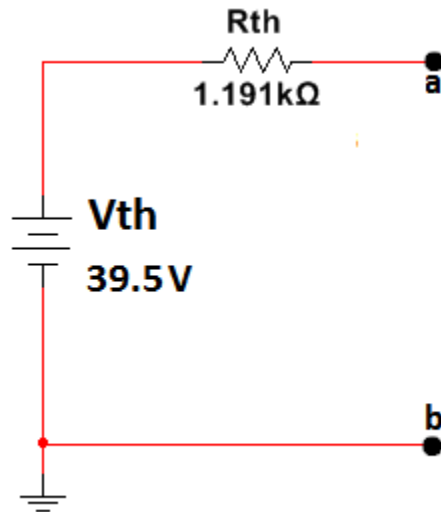


Figura 2.2.2.2.10 Equivalente Thevenin del sistema

En donde la corriente Norton equivale al valor de la corriente verdadera al ser la corriente vista desde a-b de un sistema ideal:

$$I_3 = I_{3v} = I_N = \frac{V_{th}}{R_{th}}$$



$$I_v = 33,16 \text{ [mA]}$$

Ecuación 2.2.2.2.5 Corriente verdadera

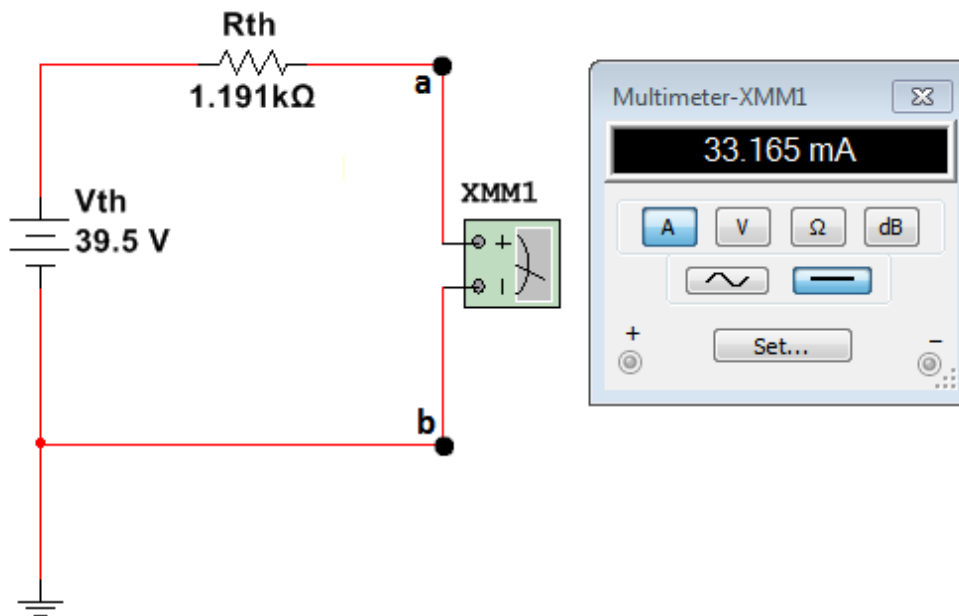


Figura 2.2.2.2.11 Corriente Verdadera – Medición ideal

Una vez calculado el valor de la corriente verdadera I_v es momento de incluir el sistema de medición y realizar los cálculos para determinar la corriente medida I_m :

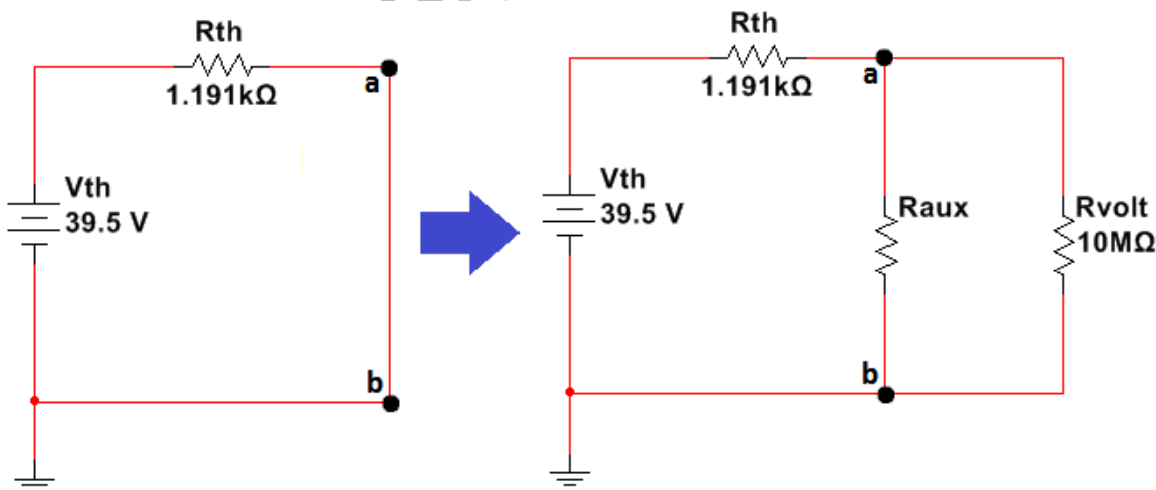


Figura 2.2.2.2.12 Equivalente Thevenin con sistema de medida – R_{aux}



La corriente medida equivale a la corriente del equivalente una vez incluido el sistema de medición, por lo tanto hay que determinar el valor de la resistencia del equipo (voltímetro) para poder continuar con los cálculos, este valor es posible encontrarlo en el catálogo del fluke 179 en la tabla de impedancia de entradas:

Tabla 2.2.2.2.6 Impedancia de entrada Voltímetro

Función	Protección contra sobrecargas	Impedancia de entrada	Relación de rechazo de modo común	Rechazo de modo normal
Voltios CA	1000 V rms	>10MΩ >100pF	>60 dB a CC. 50Hz o 60 Hz	
Voltios CC	1000 V rms	>10MΩ >100pF	>120 dB a CC. 50Hz o 60 Hz	>60 dB a CC. 50Hz o 60 Hz

Nota. Recuperado de Fluke Corporation, All rights reserved. Printed in USA

Como es una medición en corriente continua se toma el modelo resistivo:

$$R_{volt} = 10 [M\Omega]$$

Ecuación 2.2.2.2.6 Resistencia voltímetro

Si se hace un análisis del error podemos determinar las limitaciones del circuito limita el error entre valores muy cercanos a 0% y 1%:

$$R_p = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_{aux}} + \frac{1}{R_{volt}}\right)} = \frac{R_{aux} * R_{volt}}{R_{volt} + R_{aux}}$$

$$I_{1m} = \frac{V_{th}}{R_{th} + R_p} [A]$$

Ecuación 2.2.2.2.7 Corriente medida

$$E_r = E_r = \frac{I_{1m} - I_{1cv}}{I_{1cv}} * 100$$

$$E_r \% = \frac{\frac{V_{th}}{R_{th} + R_p} - \frac{V_{th}}{R_{th}}}{\frac{V_{th}}{R_{th}}}$$



$$E_r \% = \frac{\frac{V_{th}(R_{th}) - V_{th}(R_{th} + R_p)}{R_{th} * (R_{th} + R_p)}}{\frac{V_{th}}{R_{th}}}$$

$$E_r \% = \frac{\frac{V_{th}[(R_{th}) - (R_{th} + R_p)]}{R_{th} * (R_{th} + R_p)}}{\frac{V_{th}}{R_{th}}}$$

$$E_r \% = \frac{\frac{(R_{th}) - (R_{th} + R_p)}{R_{th} * (R_{th} + R_p)}}{\frac{1}{R_{th}}}$$

$$E_r \% = \frac{\frac{-(R_p)}{R_{th} * (R_{th} + R_p)}}{\frac{1}{R_{th}}}$$

$$E_r \% = \frac{-R_{th} * R_p}{R_{th} * (R_{th} + R_p)}$$

$$E_r \% = \frac{-R_p}{(R_{th} + R_p)}$$

Ecuación 2.2.2.2.8 Análisis desde el error

- Si $R_{th} \gg R_p$ el error tiende a acercarse a 0 (ya que es la división de un valor muy pequeño sobre uno muy grande).
- Si $R_{th} \ll R_p$ el error tiende a acercarse a 1 (ya que es la división de un valor muy grande sobre uno muy pequeño).
- Si R_{th} es igual a R_p el error será 0.5 (ya que es la división de un número (R_p) sobre su duplicado ($R_p + R_{th}$)).

Despejando para la resistencia paralelo se obtiene la siguiente expresión:

$$E_r \% = \frac{-R_p}{(R_{th} + R_p)}$$

$$E_r \% * (R_{th} + R_p) = -R_p$$



$$E_r \% * R_{th} + E_r \% * R_p = -R_p$$

$$E_r \% * R_{th} = -R_p - E_r \% * R_p$$

$$E_r \% * R_{th} = R_p(-1 - E_r \%)$$

$$\frac{E_r \% * R_{th}}{(-1 - E_r \%)} = R_p$$

$$R_p = \frac{E_r \% * R_{th}}{(-1 - E_r \%)}$$

Ecuación 2.2.2.2.9 Resistencia paralelo desde el error

Recordando que el error se da en valores en lo que se refiere a mediciones eléctricas se da en valores **NEGATIVOS**, para este caso $E_r = -0,5 \%$.

Una vez determinado el valor de la resistencia paralelo es posible determinar el valor que puede tomar la resistencia auxiliar (**Raux**) despejando desde la resistencia paralelo (**Rp**) debido a que se conoce por catálogo el valor de la resistencia del amperímetro:

$$R_p = \frac{R_{aux} * R_{volt}}{R_{aux} + R_{volt}}$$

$$R_p(R_{aux} + R_{volt}) = R_{aux} * R_{volt}$$

$$R_p * R_{aux} + R_p * R_{volt} = R_{aux} * R_{volt}$$

$$R_p * R_{volt} = R_{aux} * R_{volt} - R_p * R_{aux}$$

$$R_p * R_{volt} = R_{aux}(R_{volt} - R_p)$$

$$\frac{R_p * R_{volt}}{(R_{volt} - R_p)} = R_{aux}$$

$$R_{aux} = \frac{R_p * R_{volt}}{(R_{volt} - R_p)}$$

Ecuación 2.2.2.2.10 Resistencia paralelo desde el error

Es decir que la resistencia paralelo debe ser menor que la resistencia del voltímetro para así no obtener valores de la resistencia **Raux** negativos.



Como se puede observar en la **Teoría – Resistencia auxiliar** se requiere una resistencia R_{th} de 1,01 [GΩ] con un error del -1%:

$$E_r\% = -0,01$$

$$R_{th} = 1,01 \text{ [G}\Omega\text{]}$$

$$R_p = \frac{(-0,01) * 1\text{[G}\Omega\text{]}}{(-1 - (-0,01))}$$

$$R_p = 10\text{[M}\Omega\text{]}$$

Ecuación 2.2.2.2.11 Resistencia paralelo superior a multímetro - 1% de error

Al reducir el error se necesitaría un valor mayor en la resistencia Thevenin lo que es imposible encontrar un valor tan grande en situaciones reales.

Por lo tanto se puede determinar la resistencia **Raux** directamente.

Primero se determina el valor de la resistencia paralelo (**Rp**) vista desde el error:

$$R_{th} = 1,191 \text{ [k}\Omega\text{]}$$

$$E_r\% = -0,005 \text{ equivale al } 0,5\%$$

$$R_p = \frac{E_r\% * R_{th}}{(-1 - E_r\%)}$$

$$R_p = 5,98 \text{ [}\Omega\text{]}$$

Ecuación 2.2.2.2.12 Resistencia paralelo

Por lo tanto despejando para la resistencia **Raux** vista desde el paralelo:

$$R_p = 5,98 \text{ [}\Omega\text{]}$$

$$R_{volt} = 10 \text{ [M}\Omega\text{]}$$

$$R_p = \frac{R_{aux} * R_{volt}}{R_{volt} + R_{aux}}$$

$$R_p(R_{volt} + R_{aux}) = R_{aux} * R_{volt}$$



$$R_p * R_{volt} + R_p * R_{aux} = R_{aux} * R_{volt}$$

$$R_p * R_{volt} = R_{aux} * R_{volt} - R_p * R_{aux}$$

$$R_p * R_{volt} = R_{aux}(R_{volt} - R_p)$$

$$R_{aux} = \frac{R_p * R_{volt}}{(R_{volt} - R_p)}$$

$$R_{aux} = 5,98 [\Omega]$$

Ecuación 2.2.2.2.13 Resistencia R_{aux}

Calculando la corriente medida con el sistema de medición incluido:

$$V_{th} = 39,50 [V]$$

$$R_{th} = 1,191 [k\Omega]$$

$$R_p = 5,98 [\Omega]$$

$$I_m = \frac{V_{th}}{R_{th} + R_p}$$

$$I_m = 32,99 [mA]$$

Ecuación 2.2.2.2.14 Corriente medida

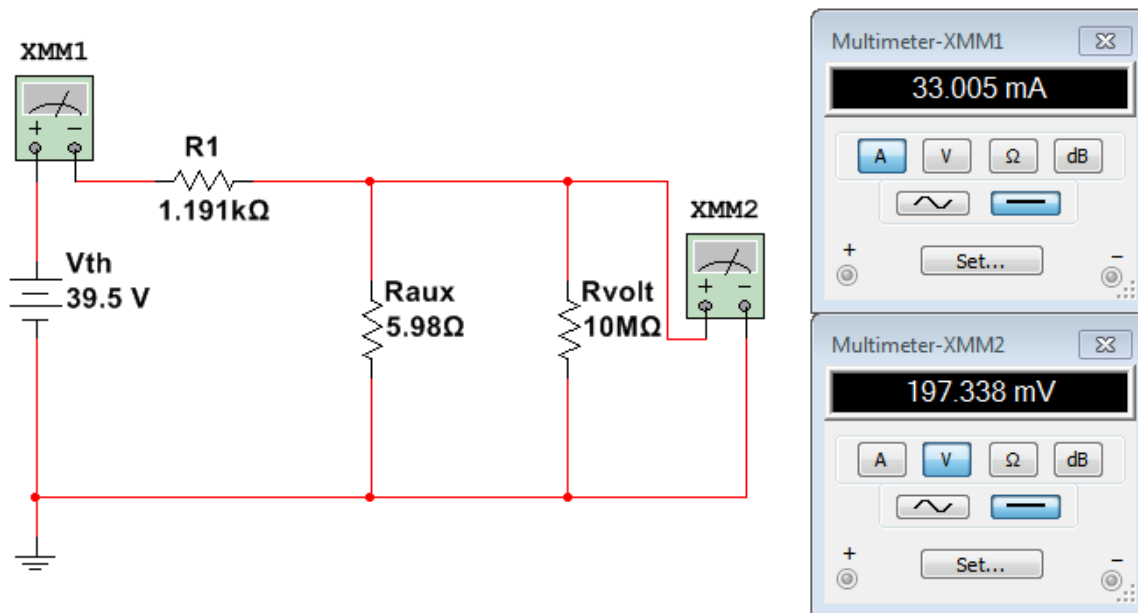


Figura 2.2.2.2.13 Corriente medida

Calculando la tensión sobre los puntos a-b (**V_{a-b}**) la cual es la tensión vista por el voltímetro (**V_{volt}**) por medio de un divisor de tensión para poder determinar la potencia consumida por la resistencia auxiliar:

$$V_{th} = 39,50 \text{ [V]}$$

$$R_{th} = 1,191 \text{ [k}\Omega\text{]}$$

$$R_p = 5,98 \text{ [}\Omega\text{]}$$

$$V_{a-b} = V_{volt} = V_{th} \frac{R_p}{R_p + R_{th}}$$

$$V_{volt} = 197,3 \text{ [mV]}$$

Ecuación 2.2.2.2.15 Tensión *V_{a-b}*

Y calculando para la potencia consumida y así seleccionar la resistencia comercial (normalizar) **R_{aux}**:

$$V_{volt} = 197,3 \text{ [mV]}$$

$$R_{aux} = 5,98 \text{ [}\Omega\text{]}$$



$$P_{Raux} = \frac{V_{volt}^2}{R_{aux}}$$

$$P_{Raux} = 6,03 \text{ [mW]}$$

Ecuación 2.2.2.2.16 Potencia Raux

Por lo que se pueden usar resistencias de 1[W] para la resistencia auxiliar.

- Normalización e Incertidumbre de **Raux**, **Im**, **Iaux**, **Vth**, **Vvolt**:

Normalizar los valores hace referencia a los valores que se van ver reflejados en la práctica, por lo tanto todos los datos calculados de aquí en adelante son los valores que deben verse reflejados en el sistema cuando se hagan las mediciones correspondientes, es decir valores reales.

Al ser calculada **Raux** se debe encontrar un valor comercial aproximado (ya sea fabricación propia con varias resistencias o una única resistencia) y realizar las correcciones adecuadas al sistema con el nuevo valor de **Raux** (normalización de los valores), por lo que la incertidumbre de **Raux** será determinado por un equipo de medición o por el fabricante (tolerancia).

Para este caso con una resistencia auxiliar (**Raux**) de 404 [Ω] se usaran dos resistencias de: 390[Ω] y 15[Ω] (de 1[W] cada una) en serie con una tolerancia del 5%:

$$R_1 = 2,7 \text{ [}\Omega\text{]} \pm 5\%$$

$$R_1 = 2,7 \text{ [}\Omega\text{]} \pm 1,135 \text{ [}\Omega\text{]}$$

$$R_2 = 3,3 \text{ [}\Omega\text{]} \pm 5\%$$

$$R_2 = 3,3 \text{ [}\Omega\text{]} \pm 0,161 \text{ [}\Omega\text{]}$$

$$R_{auxN} = R_1 + R_2$$

$$R_{auxN} = 6,0 \text{ [}\Omega\text{]}$$

Ecuación 2.2.2.2.17 Raux normalizada



La incertidumbre se propaga hacia la resistencia auxiliar ya que depende de la resistencia **R1** y **R2** que poseen incertidumbre (tolerancia) y se calcula como la suma de dos variables con incertidumbres:

$$R_1 = 2,7 [\Omega] \pm 1,135[\Omega]$$

$$R_2 = 3,3 [\Omega] \pm 0,161 [\Omega]$$

$$R_{auxN} = R_1 + R_2$$

$$\Delta R_{auxN} = \frac{dR_{auxN}}{dR_1} * \Delta R_1 + \frac{dR_{auxN}}{dR_2} * \Delta R_2$$

$$\Delta R_{auxN} = \Delta R_1 + \Delta R_2$$

$$\Delta R_{auxN} = \pm 0,3 [\Omega]$$

Ecuación 2.2.2.2.18 Calculo incertidumbre Resistencia auxiliar

Con este valor de **Raux** normalizado se puede calcular la resistencia paralelo existente entre **Raux** y **Rvolt**:

$$R_{auxN} = 6 [\Omega] \pm 0,3[\Omega]$$

$$R_{volt} = 10 [M\Omega]$$

$$R_{pN} = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_{auxN}} + \frac{1}{R_{volt}}\right)} = \frac{R_{volt} * R_{auxN}}{R_{volt} + R_{auxN}}$$

$$R_{pN} = 5,99 [\Omega]$$

Ecuación 2.2.2.2.19 Resistencia paralelo normalizada

Gracias a este cálculo la incertidumbre se propaga hacia la resistencia paralela ya que depende de la resistencia auxiliar que posee incertidumbre y la resistencia del equipo que es una constante:

$$\Delta R_{pN} = \left(\frac{dR_{pN}}{dR_{auxN}}\right) * \Delta R_{auxN}$$



$$\Delta R_{pN} = \frac{d}{dR_{auxN}} \left(\frac{R_{auxN} * R_{volt}}{R_{auxN} + R_{volt}} \right) * \Delta R_{auxN}$$

Ecuación 2.2.2.2.20 Calculo incertidumbre Resistencia paralelo

Aunque parezca complicada la derivación se usa la derivación de un cociente recordando que R_{shN} es el valor variable:

$$\Delta R_{pN} = \left(\frac{(R_{auxN} + R_{volt}) * R_{volt} - ((R_{auxN} * R_{volt}) * 1)}{(R_{auxN} + R_{volt})^2} \right) * \Delta R_{auxN}$$

$$\Delta R_{pN} = \left(\frac{(R_{auxN} * R_{volt}) + (R_{volt})^2 - (R_{auxN} * R_{volt})}{(R_{auxN} + R_{volt})^2} \right) * \Delta R_{auxN}$$

$$\Delta R_p = \left(\frac{(R_{volt})^2}{(R_{auxN} + R_{volt})^2} \right) * \Delta R_{auxN}$$

$$R_{auxN} = 6 [\Omega]$$

$$R_{volt} = 10 [M\Omega]$$

$$\Delta R_{auxN} = \pm 0,3 [\Omega]$$

$$\Delta R_p = \pm 0,29 [\Omega]$$

$$R_{pN} = 5,99 [\Omega] \pm 0,29 [\Omega]$$

Ecuación 2.2.2.2.21 Calculo incertidumbre Resistencia paralelo normalizada

Con este valor de resistencia paralela se recalcula el valor de la corriente I_m y así observar que tanto cambia respecto a los cálculos iniciales, este valor de I_m es el que se debe observar a la hora de realizar las mediciones:

$$R_{pN} = 5,99 [\Omega] \pm 0,29 [\Omega]$$

$$V_{th} = 39,50 [V]$$

$$R_{th} = 1,191 [k\Omega]$$



$$I_{mN} = \frac{V_{th}}{R_{pN} + R_{th}}$$

$$I_{mN} = 32,99 \text{ [mA]}$$

Ecuación 2.2.2.2.22 Calculo Corriente medida Normalizada

Con el valor de corriente medida normalizada (**Im N**) se puede realizar el cálculo de tensión sobre la resistencia Thevenin, esto con el fin de determinar el valor de la tensión en los puntos a-b:

$$I_{mN} = 32,99 \text{ [mA]}$$

$$R_{th} = 1,191 \text{ [k}\Omega\text{]}$$

$$V_{Rth N} = I_{mN} * R_{th}$$

$$V_{Rth N} = 39,29 \text{ [V]}$$

Ecuación 2.2.2.2.23 Calculo Tensión VRth normalizado

El valor de tensión **Va-b** o **Vvolt** se calcula por medio de una ley de tensión, aunque en teoría no debería haber grandes cambios en su valor se deben re calcular todos los valores en base al valor de **Raux** normalizado, el valor de la tensión Thevenin **Vth** se mantiene igual, esto se debe a que depende del sistema y no del sistema de medición por eso es la base de los cálculos:

$$V_{th} = 39,50 \text{ [V]}$$

$$V_{Rth N} = 39,29 \text{ [V]}$$

$$V_{th} = V_{Rth N} + V_{a-b}$$

$$V_{a-b N} = V_{th} - V_{Rth N}$$

$$V_{a-b N} = V_{volt N} = 210 \text{ [mV]}$$

Ecuación 2.2.2.2.24 Calculo Tensión Vvolt normalizado

Ahora se puede calcular el valor de la corriente vista por el equipo de medida, ya que no se puede afirmar que el valor de **Ivolt** se mantenga igual debido a **Raux**.



El sistema de medición cambia debido a que la resistencia **R_{aux}** calculada y normalizada presentara cambios (aunque sean mínimos) y por lo tanto se debe realizar la corrección adecuada al sistema de medida:

$$V_{volt N} = 210 [mV]$$

$$R_{volt} = 10 [M\Omega]$$

$$I_{volt N} = \frac{V_{volt N}}{R_{amp}}$$

$$I_{volt N} = 0,021 [\mu A]$$

Ecuación 2.2.2.2.25 Calculo corriente en el equipo normalizada

Con el cálculo de la corriente vista por el equipo ya normalizada (la cual indica que el equipo estará seguro) se puede empezar a calcular las incertidumbres presentes en el sistema de medición:

- La tensión **V_{volt}** depende del equipo de medición ya que es la tensión que ve el equipo, por lo tanto de acuerdo a la selección del rango más adecuado para su medición se procede al cálculo de su incertidumbre:

$$V_{volt N} = 210 [mV]$$

DC V	600.0mV	0.1 mV	0.09%+2
-------------	---------	--------	---------

$$\pm \Delta V_{volt N} = (\%Exactitud * V_{volt N}) + (Resolucion * cifras significativas Exactitud)$$

$$\Delta V_{volt N} = (0,09\% * 210) + (0.1 * 2) [mV]$$

$$\Delta V_{volt N} = (0,0009 * 210) + (0.1 * 2) [mV]$$

$$\Delta V_{volt N} = 0,3 [V]$$

$$V_{volt N} = 210 [mV] \pm 0,3 [mV]$$

Ecuación 2.2.2.2.26 Incertidumbre Tensión V_{volt} Normalizada

Con el cálculo de incertidumbres de la tensión **V_{volt}** y la resistencia **R_p** se puede realizar la propagación de la incertidumbre hacia la corriente medida **I_m**:



$$V_{volt N} = 210 [mV] \pm 0,3 [mV]$$

$$R_{pN} = 5,99 [\Omega] \pm 0,29 [\Omega]$$

$$I_{mN} = 32,99 [mA]$$

$$I_{mN} = \frac{V_{volt N}}{R_{pN}}$$

$$\Delta I_{mN} = \left(\frac{dI_{mN}}{dV_{volt N}} \right) * \Delta V_{volt N} + \left(\frac{dI_{mN}}{dR_{pN}} \right) * \Delta R_{pN}$$

$$\Delta I_{mN} = \frac{\Delta V_{volt N}}{R_{pN}} + \left(\frac{V_{volt N}}{(R_{pN})^2} * \Delta R_{pN} \right)$$

$$\Delta I_{mN} = 1,70 [mA]$$

$$I_{mN} = 32,99 [mA] \pm 1,74 [mA]$$

Ecuación 2.2.2.2.27 Calculo Incertidumbre Im Normalizada

Ya que la resistencia Thevenin es un valor que puede ser medido con el equipo se puede determinar su incertidumbre seleccionando el mejor rango de medición:

$$R_{th} = 1,191 [k\Omega]$$

Ohms	6.000 kΩ	0.001 kΩ	0.09%+1
------	----------	----------	---------

$$\Delta R_{th} = (\%Exactitud * R_{th}) + (Resolucion * cifras significativas Exactitud)$$

$$\Delta R_{th} = (0,09\% * 1,191) + (0,001 * 1) [k\Omega]$$

$$\Delta R_{th} = (0,009 * 1,191) + (0,001 * 1) [k\Omega]$$

$$\Delta R_{th} = 0,011 [k\Omega]$$

$$R_{th} = 1,191 [k\Omega] \pm 0,011 [k\Omega]$$

Ecuación 2.2.2.2.28 Calculo Incertidumbre Rth



Con las incertidumbres calculadas de la corriente **I_{mN}** y **R_{th}** se puede realizar la propagación de la incertidumbre hacia la tensión sobre la resistencia **R_{th}** (**V_{Rth}**):

$$I_{mN} = 32,99 [mA] \pm 1,74 [mA]$$

$$R_{th} = 1,191 [k\Omega] \pm 0,011 [k\Omega]$$

$$V_{Rth N} = 39,29 [V]$$

$$V_{Rth N} = I_{mN} * R_{th}$$

$$\Delta V_{Rth N} = \left(\frac{dV_{Rth N}}{dI_{mN}} \right) * \Delta I_{mN} + \left(\frac{dV_{Rth N}}{dR_{th}} \right) * \Delta R_{th}$$

$$\Delta V_{Rth N} = (R_{th} * \Delta I_{mN}) + (I_{mN} * \Delta R_{th})$$

$$\Delta V_{Rth N} = 2,43 [V]$$

$$V_{Rth N} = 39,29 [V] \pm 2,43 [V]$$

Ecuación 2.2.2.29 Calculo Incertidumbre V_{Rth}

De esta forma usando una ley de tensiones de Kirchhoff se puede determinar la propagación de la incertidumbre sobre la tensión Thevenin (**V_{th}**):

$$V_{Rth N} = 39,29 [V] \pm 2,43 [V]$$

$$V_{volt N} = 210 [mV] \pm 0,3 [mV]$$

$$V_{th} = 39,50 [V]$$

$$V_{th} = V_{Rth N} + V_{volt N}$$

$$\Delta V_{th} = \left(\frac{dV_{th}}{dV_{Rth N}} \right) * \Delta V_{Rth N} + \left(\frac{dV_{th}}{dV_{volt N}} \right) * \Delta V_{volt N}$$

$$\Delta V_{th} = \Delta V_{Rth N} + \Delta V_{volt N}$$

$$\Delta V_{th} = 2,73 [V]$$

$$V_{th} = 39,50 [V] \pm 2,38 [V]$$

Ecuación 2.2.2.30 Calculo Incertidumbre V_{th}



Para determinar la cantidad y la incertidumbre de la corriente que pasa por la resistencia auxiliar (I_{aux}) se usara una ley de ohm:

$$V_{volt N} = 210 [mV] \pm 0,03 [mV]$$

$$R_{auxN} = 6 [\Omega] \pm 0,3[\Omega]$$

$$I_{aux N} = \frac{V_{volt N}}{R_{auxN}}$$

$$I_{aux N} = 35 [mA]$$

$$\Delta I_{aux N} = \left(\frac{dI_{aux N}}{dV_{volt N}} \right) * \Delta V_{volt N} + \left(\frac{dV_{volt N}}{dR_{auxN}} \right) * \Delta R_{auxN}$$

$$\Delta I_{aux N} = \frac{\Delta V_{volt N}}{R_{auxN}} + \left(\frac{V_{volt N}}{(R_{auxN})^2} * \Delta R_{auxN} \right)$$

$$\Delta I_{aux N} = 1,75 [mA]$$

$$I_{aux N} = 35 [mA] \pm 1,75 [mA]$$

Ecuación 2.2.2.2.31 Cálculo e Incertidumbre de I_{aux} normalizada

Con los valores de la corriente I_{aux} y V_{volt} se puede determinar tanto el valor de la potencia como la propagación de la incertidumbre:

$$V_{volt N} = 210 [mV] \pm 0,03 [mV]$$

$$I_{aux N} = 35 [mA] \pm 1,75 [mA]$$

$$P_{RauxN} = V_{volt N} * I_{aux N}$$

$$P_{RauxN} = 7,35 [mW]$$

$$\Delta P_{RauxN} = \frac{dP_{RauxN}}{dV_{volt N}} * \Delta V_{volt N} + \frac{dP_{RauxN}}{dI_{aux N}} * \Delta I_{aux N}$$

$$\Delta P_{RauxN} = (I_{aux N} * \Delta V_{volt N}) + (V_{volt N} * \Delta I_{aux N})$$

$$\Delta P_{RauxN} = 0,36 [mW]$$



$$P_{RauxN} = 7,35 [mW] \pm 0,36 [mW]$$

Ecuación 2.2.2.2.32 Cálculo e Incertidumbre de PRaux normalizada

Estos valores determinan que el circuito es seguro y no representa un peligro para los equipos o el operador.

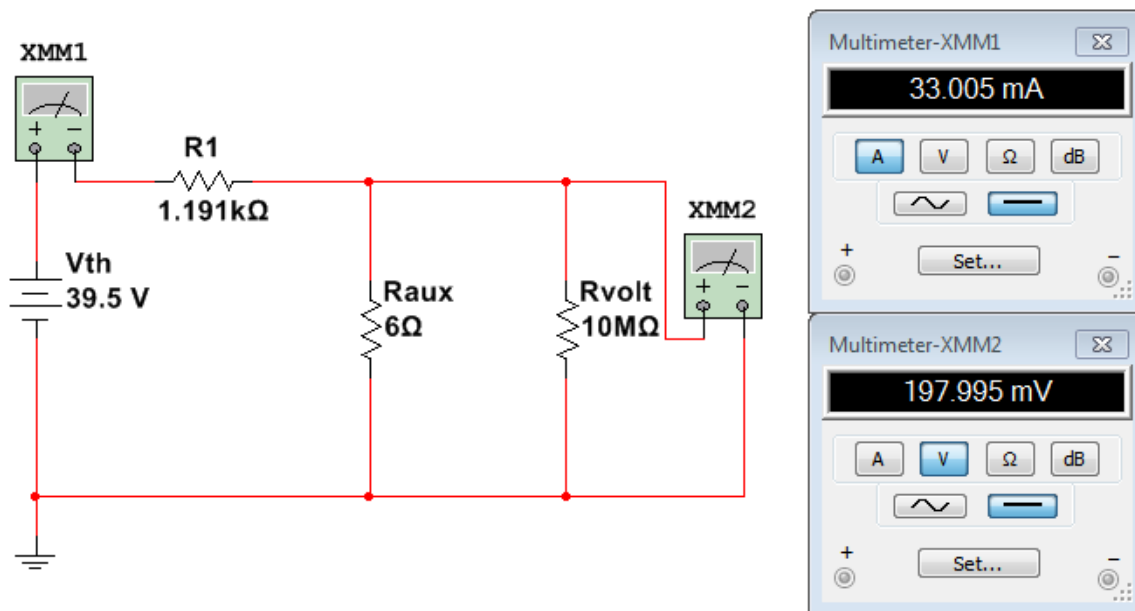


Figura 2.2.2.2.14 Corriente medida y tensión vista por el voltmetro – Normalizadas

- **Potencias del sistema:**

A continuación se determinarán las tensiones y las corrientes en cada una de las resistencias (**R1**, **R2** y **R3**) para determinar si el circuito montado es seguro y no excede los límites de operación:

Con el cálculo de la resistencia paralelo en la *Ecuación 3: Resistencia paralelo* es posible determinar el valor de la corriente del sistema por ley de ohm:

$$V_f = 120 [V]$$

$$R_1 = 438.8 [\Omega]$$

$$R_p = 176.63 [\Omega]$$



$$I_1 = \frac{V_f}{R_1 + R_p}$$

$$I_1 = 194,98 \text{ [mA]}$$

Ecuación 2.2.2.2.33 Corriente del sistema

Con la corriente del sistema es posible determinar el valor de las tensiones sobre **VR1**, **VR2** y **VR3**:

$$R_1 = 438.8 \text{ [}\Omega\text{]}$$

$$R_p = 176.63 \text{ [}\Omega\text{]}$$

$$I_1 = 194,9 \text{ [mA]}$$

$$V_{R1} = I_1 * R_1$$

$$V_{R1} = 85,55 \text{ [V]}$$

$$V_{R2} = V_{R3} = I_1 * R_p$$

$$V_{R2} = V_{R3} = 34,4 \text{ [V]}$$

Ecuación 2.2.2.2.34 Tensiones VR1, VR2 y VR3

Con las tensiones **VR2** y **VR3** se puede realizar por medio de ley de ohm la corriente que pasan a través de **R2** y **R3**:

$$V_{R2} = V_{R3} = 34,4 \text{ [V]}$$

$$R_2 = 212,4 \text{ [}\Omega\text{]}$$

$$R_3 = 1,048 \text{ [k}\Omega\text{]}$$

$$I_2 = \frac{V_{R2}}{R_2}$$

$$I_2 = 161,9 \text{ [mA]}$$



$$I_3 = \frac{V_{R3}}{R_3}$$

$$I_3 = 32,82 \text{ [mA]}$$

Ecuación 2.2.2.2.35 Corrientes I2 e I3

Con las tensiones y corrientes es posible determinar las potencias consumidas por las resistencias **R1**, **R2** y **R3**:

$$I_1 = 194,9 \text{ [mA]}$$

$$I_2 = 161,9 \text{ [mA]}$$

$$I_3 = 32,82 \text{ [mA]}$$

$$V_{R1} = 85,55 \text{ [V]}$$

$$V_{R2} = V_{R3} = 34,4 \text{ [V]}$$

$$P_1 = V_{R1} * I_1$$

$$P_1 = 16,67 \text{ [W]}$$

$$P_2 = V_{R2} * I_2$$

$$P_2 = 5,56 \text{ [W]}$$

$$P_3 = V_{R3} * I_3$$

$$P_3 = 1,13 \text{ [W]}$$

Ecuación 2.2.2.2.36 Potencias P1, P2 y P3

Con estas potencias es posible observar que el circuito cumple con las condiciones de potencia lo que lo hace seguro para su operación.

A continuación se puede observar una tabla recopilatorio de datos, recordando que la corriente I2 es la variable estudiada:



Tabla 2.2.2.2.7 Recopilación de datos importantes

Variable	V. Verdadero	V. Medido simulado	V. Normalizado	Δx \pm	Error %	P. Nominal [W]	P. Consumida. [W]
Vf [V]	120	120	120	-	-	-	-
R1 [Ω]	438,8	438,8	-	0,6	-0,86	400	16,67
R2 [Ω]	212,4	212,4	-	0,4	-0,28	400	5,56
R3 [$k\Omega$]	1,048	1,048	-	0,002	-0,19	400	1,13
I1 [mA]	196,9	-	-	-	-	-	-
I2 [mA]	162,12	162,12	161,99	8,9	0,08	-	-
I3 [mA]	32,82	-	-	-	-	-	-
Vth [V]	39,50	39,50	39,50	2,72	-	-	-
Rth [$k\Omega$]	1,191	1,191	1,191	0,011	-	-	-
Im [mA]	33,16	33,05	32,99	1,74	-0,51	-	-
Vvolt [mV]	197,3	197,9	210	0,3	6,5		
Raux [Ω]	5,98	6	6	0,3	0,3	-	-
P Raux [mW]	6,03	-	7,35	0,36	21,8	-	-

NOTA: Este análisis de medición directa está hecha por medio de cálculos matemáticos y apoyo de un simulador, es tarea del estudiante llevarlo a la práctica y realizar el análisis de error comparando los datos obtenidos por medio de los equipos de medición con los datos previamente calculados en este documento.

Los errores mostrados son:



- Para las resistencias **R1**, **R2** y **R3** es la comparativa entre valor verdadero y nominal.
- Para corrientes, resistencias y tensiones **medidas** por el equipo es la comparativa entre valores simulados y verdaderos.
- Para los valores **Ia**, **Rsh**, **Im/I2**, **Va-b** y **PRsh** es la comparativa entre valores verdaderos y valores normalizados.

Recordando que el cálculo del error se hace de la siguiente forma:

$$E_a = Valor_{medido} - Valor_{verdadero}$$

$$E_a = V_m - V_{cv}$$

Ecuación 2.2.2.2.37 Error Absoluto

$$E_r = \frac{Valor_{medido} - Valor_{verdadero}}{Valor_{verdadero}} * 100\%$$

$$E_r = \frac{V_m - V_v}{V_v} * 100\%$$

Ecuación 2.2.2.2.38 Error Relativo

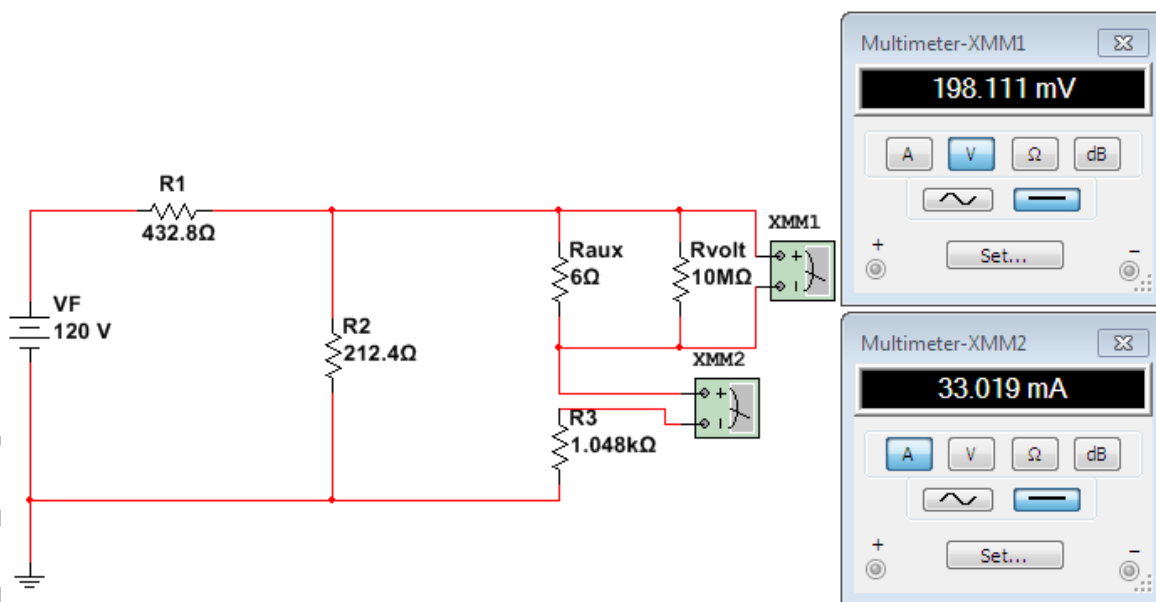


Figura 2.2.2.2.15 Medicion Im – Sistema completo