

2.13 ANÁLISIS DE CIRCUITO POR TENSIÓN DE NODOS

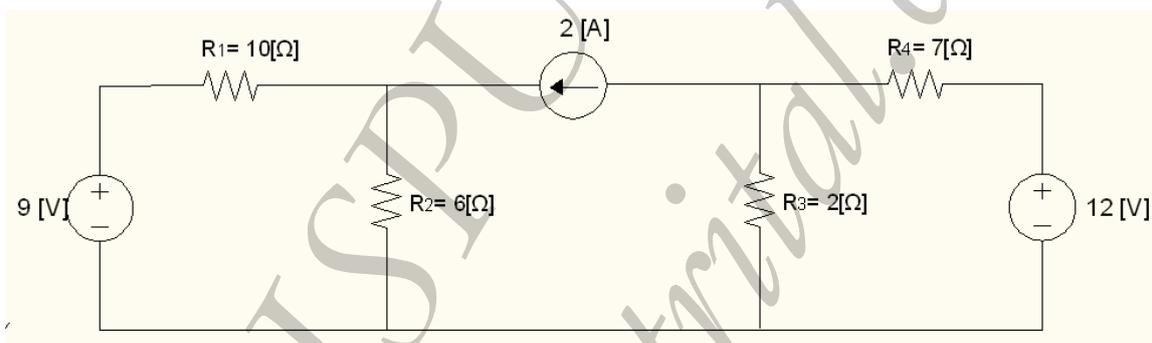
Ejercicio 20. Análisis de nodos.

A partir de análisis de tensión de nodos determinar sobre el circuito:

- La caída de tensión en cada una de las resistencias.
- La corriente que circula por cada una de las resistencias.

El análisis de nodos implica establecer una ecuación por cada nodo con tensión desconocida, ecuaciones que se plantean utilizando como incógnitas las tensiones de nodo. Cuando existen tres nodos diferentes al de referencia serán tres las ecuaciones y tres las incógnitas, garantizando de esta manera que el sistema lineal de ecuación tenga solución.

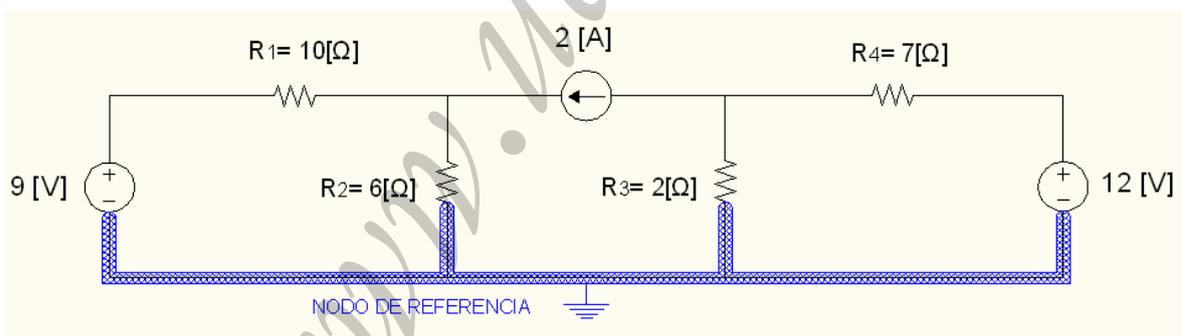
Circuito 4. Tensión de nodos.



Algoritmo de solución.

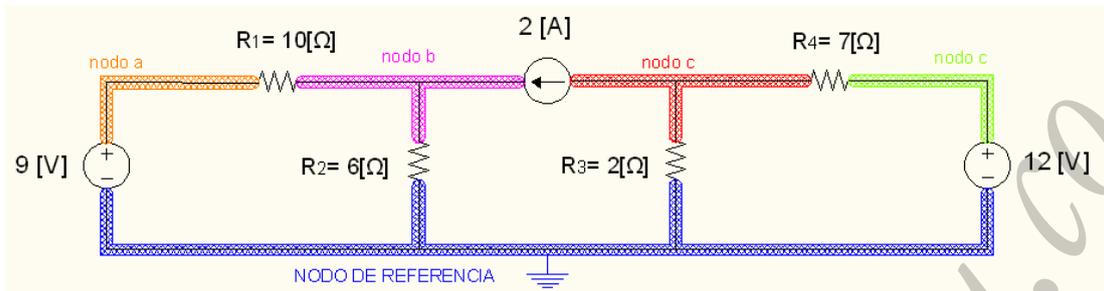
- Determinar la caída de tensión en cada una de las resistencias.
 - Se debe designar el nodo de referencia.

Circuito 5. Análisis de nodos. Designación de nodo referencia.



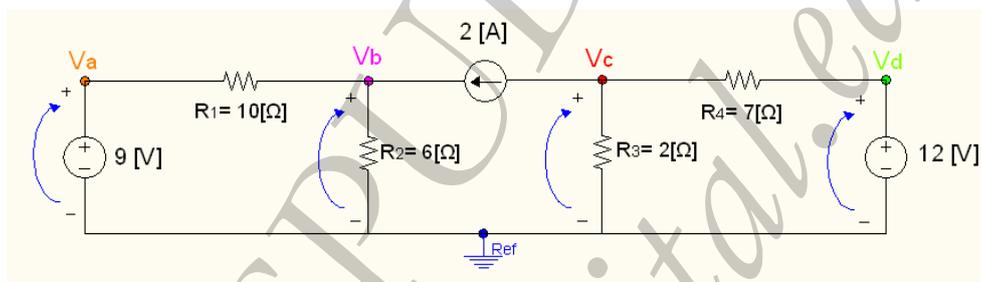
- Se debe identificar cada uno de los nodos con un nombre único.

Circuito 6. Análisis de nodos. Designación de nodos.



3. Teniendo en cuenta cada uno de los nodos se identifica su tensión y polaridad.

Circuito 7. Análisis de nodos. Tensión y polaridad de nodos.



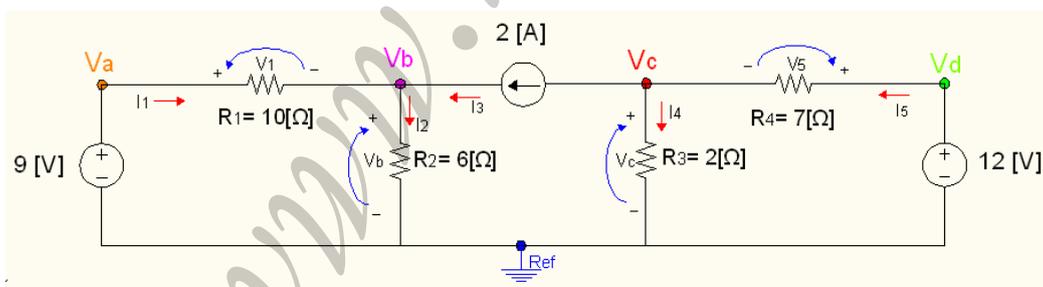
Observando el circuito se identifican las tensiones de 2 de los 4 nodos, con respecto al nodo de referencia.

$$V_a = 9 [V] \quad ; \quad V_b = 12 [V]$$

Porque tienen la misma diferencia de tensión que las funciones con respecto a tierra.

4. El análisis de nodos, establece la polaridad de la tensión del nodo a, b, c o d, como positiva con respecto al nodo de referencia. Por decisión del analista del circuito, se asigna el nombre y la dirección de cada una de las corrientes, por lo general se busca satisfacer la convención pasiva de signos.

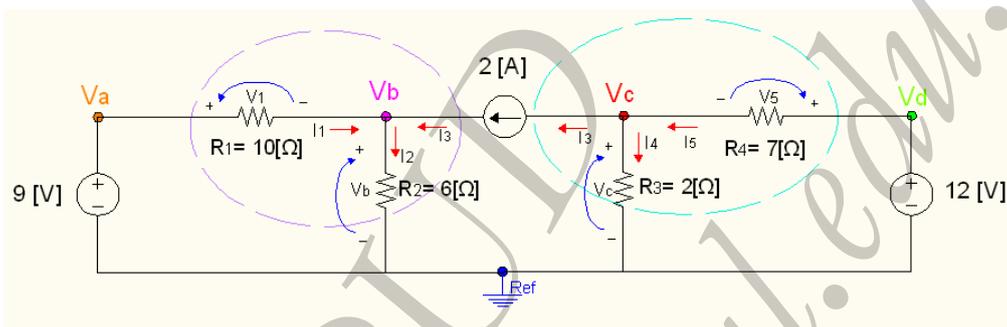
Circuito 8. Análisis de nodos. Asignación de nombres y sentidos de variables.



Es de resaltar que es este circuito la tensión V_1 , también podría denominarse V_{ab} haciendo referencia a que corresponde a la tensión del nodo a con respecto al nodo b, y la tensión V_5 podría denominarse V_{dc} , porque corresponde a la tensión del nodo d con respecto al nodo c.

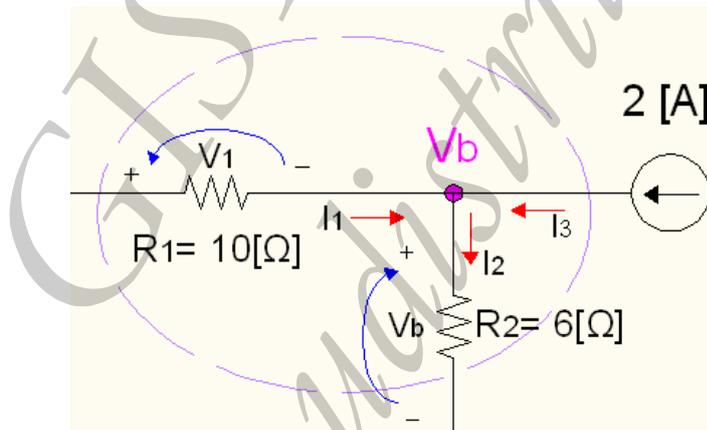
5. Aplicar ley corrientes de Kirchoff a los nodos, para mayor claridad se hace un zoom en cada nodo identificados con la línea punteada de color violeta y azul.

Circuito 9. Análisis de nodos. Asignación de variables al circuito.



5.1 Ley de corriente de Kirchoff sobre el nodo b.

Circuito 10. Análisis de circuitos. Nodo V_b .



$$LCK \text{ nodo } V_b \sum I = 0 \quad i_1 - i_2 + i_3 = 0$$

Corrientes 1 y 3 entrando y corriente 2 saliendo del nodo b

Se expresa la corriente en términos de tensiones de nodo y resistencias, utilizando la ley de *ohm*.

$$i_1 = \frac{V_a - V_b}{R_1} = \frac{9[V] - V_b}{10[\Omega]}$$

$$i_2 = \frac{V_b - V_{ref}}{R_2} = \frac{V_b - 0[V]}{6[\Omega]}$$

$$i_3 = 2 [A] \text{ Es un valor conocido}$$

$LCK_{nodo V_b} \sum I = 0 \quad i_1 - i_2 + i_3 = 0$ Ecuación en términos de corriente. (Dos incógnitas)

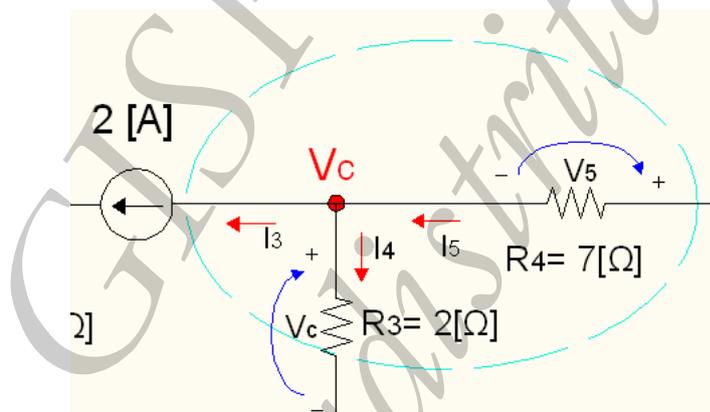
$$\sum I = 0 = \frac{9[V] - V_b}{10[\Omega]} - \frac{V_b}{6[\Omega]} + 2[A] = 0 \quad 0 \text{ Ecuación en términos de tensión (Una incógnita)}$$

$$V_b \left(\frac{1}{10[\Omega]} + \frac{1}{6[\Omega]} \right) = 2[A] + \frac{9[V]}{10[\Omega]}$$

$$V_b = \frac{87}{8} [V] = 10,87 [V]$$

5.2 Ley de corriente de Kirchhoff sobre el nodo c.

Circuito 11. Análisis de nodo V_c .



$$LCK \text{ nodo } V_c \sum I = 0 \quad -i_3 - i_4 + i_5 = 0$$

Corrientes 1 y 4 saliendo, y corriente 5 entrando al nodo c.

$$i_3 = 2 [A]$$

$$i_4 = \frac{V_c - V_{ref}}{R_3} = \frac{V_c - 0[V]}{2[\Omega]}$$

$$i_5 = \frac{V_d - V_c}{R_4} = \frac{12[V] - V_c}{7[\Omega]}$$

LCK nodo $V_c \sum I = 0 \quad -i_3 - i_4 + i_5 = 0$. Ecuación en términos de corriente. (Dos incógnitas)

$\sum I = 0 \Rightarrow -2[A] - \left(\frac{V_c}{2[\Omega]}\right) + \frac{12[V] - V_c}{7[\Omega]} = 0$ Ecuación en términos de tensión (Una incógnita)

$$V_c \left(-\frac{1}{2[\Omega]} - \frac{1}{7[\Omega]} \right) = 2 - \frac{12[V]}{7[\Omega]}$$

$$V_c \left(-\frac{9}{14} \right) = \frac{2}{7} [V]$$

$$V_c = -\frac{4}{9} [V]$$

6. Se determinan la caída de tensión entre nodos diferentes al de referencia, utilizando las tensiones de nodo.

$$V_1 = V_a - V_b = 9[V] - 10,87[V] = -1,87[V] \text{ Es correcto referirse a esta tensión como } V_{ab}$$

$$V_b = 10,87[V]$$

$$V_c = -0,44[V]$$

$$V_5 = V_d - V_c = 12[V] - (-0,44[V]) = 12,44[V], \text{ Es correcto referirse a esta tensión como } V_{dc}$$

b) Determinar La corriente que circula por cada una de las resistencias.

1. Utilizando la ley de ohm, es posible a partir de la caída de tensión en la resistencia y el valor de la resistencia, determinar la corriente cuya dirección implica entrar por el terminal positivo de la tensión en la resistencia.

$$i_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{-1,87[V]}{10[\Omega]} = -187 [mA]$$

$$i_2 = \frac{V_b}{R_2} = \frac{10,87[V]}{6[\Omega]} = 1,81 [A]$$

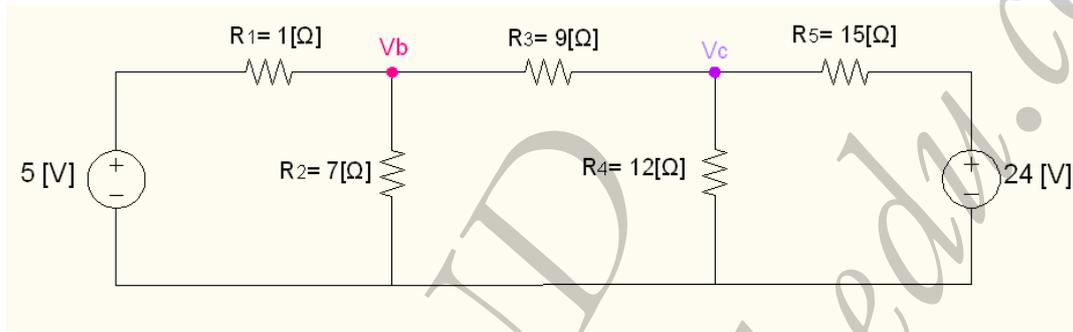
$$i_4 = \frac{V_c}{R_3} = \frac{-0,44[V]}{2[\Omega]} = -0,22 [A]$$

$$i_5 = \frac{V_5}{R_4} = \frac{12,44[V]}{7[\Omega]} = 1,77 [A]$$

Ejercicio 21. Análisis de nodos ejercicio 2.

Determinar a través de tensiones de nodos la caída de tensión sobre los nodos b y c. Identificadas con V_b y V_c .

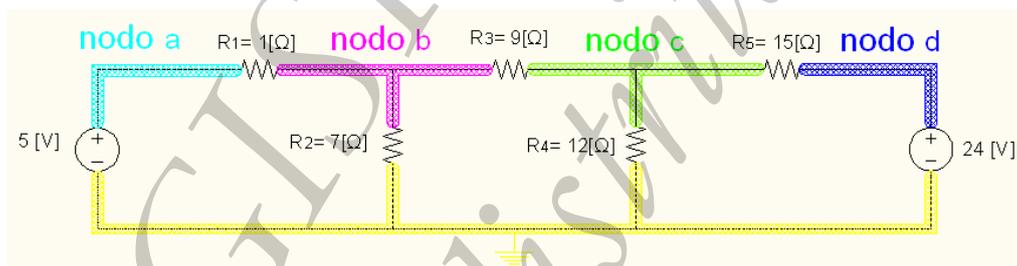
Circuito 12. Análisis de nodos, ejercicio 2.



Algoritmo de solución.

1. Asignar nombres a los nodos incluyendo el nodo de referencia.

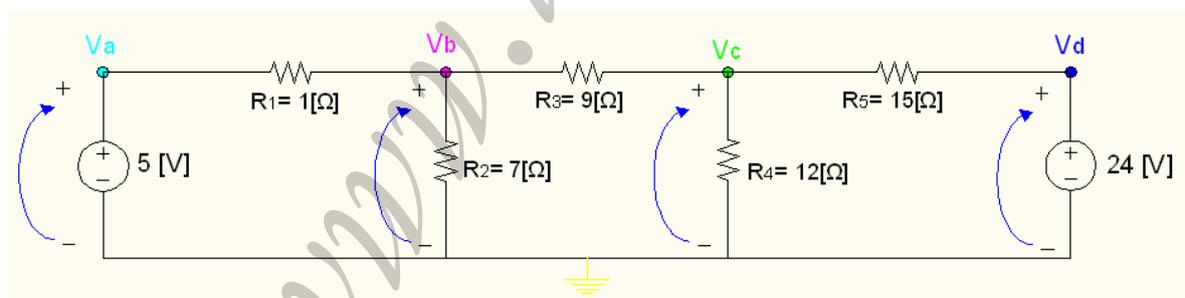
Circuito 13. Análisis de nodos, nombrar nodos ejercicio 2.



Se destaca el nodo de referencia con color amarillo.

2. Teniendo en cuenta cada uno de los nodos se identifica su tensión y polaridad.

Circuito 14. Análisis de nodos. Tensión de nodo. Ejercicio 2.

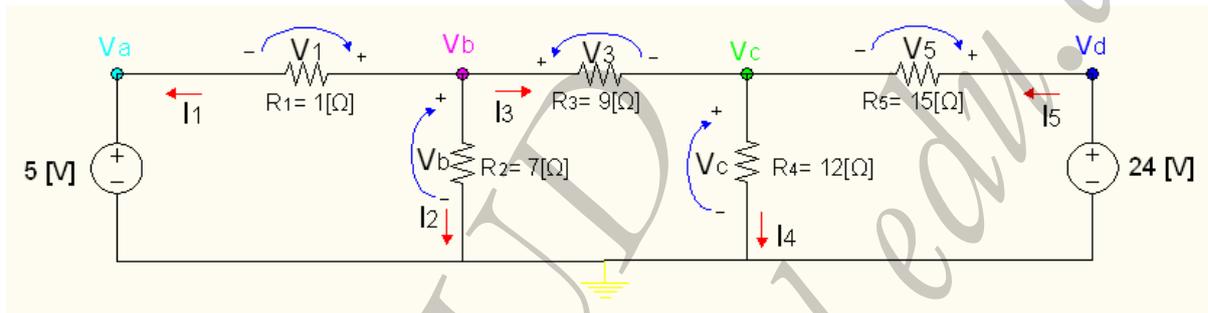


Observando el circuito es posible deducir las tensiones en los nodos V_a y V_d .

$$V_a = 5 [V] \quad ; \quad V_d = 24 [V]$$

- Con las polaridades de las tensiones de nodos se nombra e identifican las variables restantes teniendo en cuenta conversión pasiva de signos.

Circuito 15. Análisis de nodos. Asignación de variables. Ejercicio 2



- Aplicar ley de corrientes de Kirchhoff al nodo b. *LCK nodo V_b*

$$\sum I = 0 \quad i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$i_1 = \frac{V_b - V_a}{R_1} = \frac{V_b - 5[V]}{1[\Omega]}$$

$$i_2 = \frac{V_b - V_{ref}}{R_2} = \frac{V_b - 0[V]}{7[\Omega]}$$

$$i_3 = \frac{V_b - V_c}{R_3} = \frac{V_b - V_c}{9[\Omega]}$$

$$\sum I = 0 \quad i_1 + i_2 + i_3 = 0 \text{ Ecuación con 3 incógnitas.}$$

$$\left(\frac{V_b - 5[V]}{1[\Omega]}\right) + \left(\frac{V_b - 0[V]}{7[\Omega]}\right) + \left(\frac{V_b - V_c}{9[\Omega]}\right) = 0 \text{ Ecuación con 2 incógnitas}$$

$$V_b - 5 + \frac{1}{7}V_b + \frac{1}{9}V_b - \frac{1}{9}V_c = 0$$

$$\frac{79}{63}V_b - \frac{1}{9}V_c = 5[V] \text{ ecuación 1 Ecuación con 2 incógnitas}$$

- Aplicar ley de corrientes de Kirchhoff al nodo c. *LCK nodo V_c*

$$\sum I = 0 \quad i_3 - i_4 + i_5 = 0 \text{ Ecuación con 3 incógnitas.}$$

$$i_3 = \frac{V_b - V_c}{R_3} = \frac{V_b - V_c}{9[\Omega]} ; i_4 = \frac{V_c - V_{ref}}{R_4} = \frac{V_c - 0[V]}{12[\Omega]} ; i_5 = \frac{V_d - V_c}{R_5} = \frac{24[V] - V_c}{15[\Omega]}$$

$$\sum I = 0 \quad \frac{1}{9}V_b - \frac{1}{9}V_c - \frac{1}{12}V_c + \frac{24}{15} - \frac{1}{15}V_c = 0$$

$$\frac{1}{9}V_b - \frac{47}{180}V_c = -\frac{24}{15} \text{ ecuación 2 Ecuación con 2 incógnitas}$$

Del ejercicio implica la construcción de un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas

$$\frac{79}{63}V_b - \frac{1}{9}V_c = 5[V] \text{ ecuación 1}$$

$$\frac{1}{9}V_b - \frac{47}{180}V_c = -\frac{24}{15} \text{ ecuación 2.}$$

A continuación se construye el sistema matricial que refleja el sistema de ecuaciones.

$$\begin{bmatrix} \frac{79}{63} & -\frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & -\frac{47}{180} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{24}{15} \end{bmatrix}$$

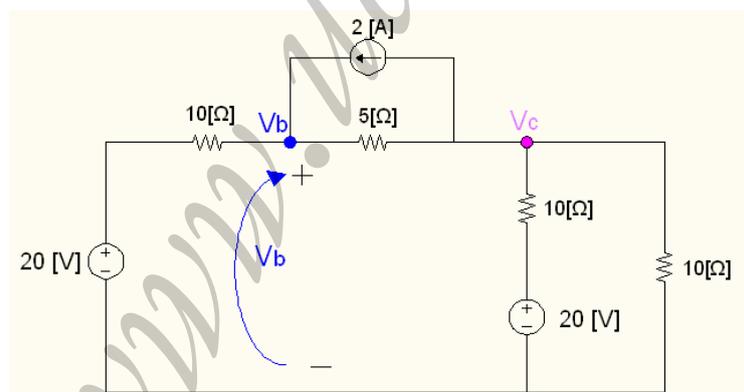
$$V_b = 4.7[V]$$

$$V_c = 8.04[V]$$

Ejercicio 22. Análisis de nodos. Ejercicio 3.

Determinar a través de tensión de nodos la caída de tensión en los nodos b y c.

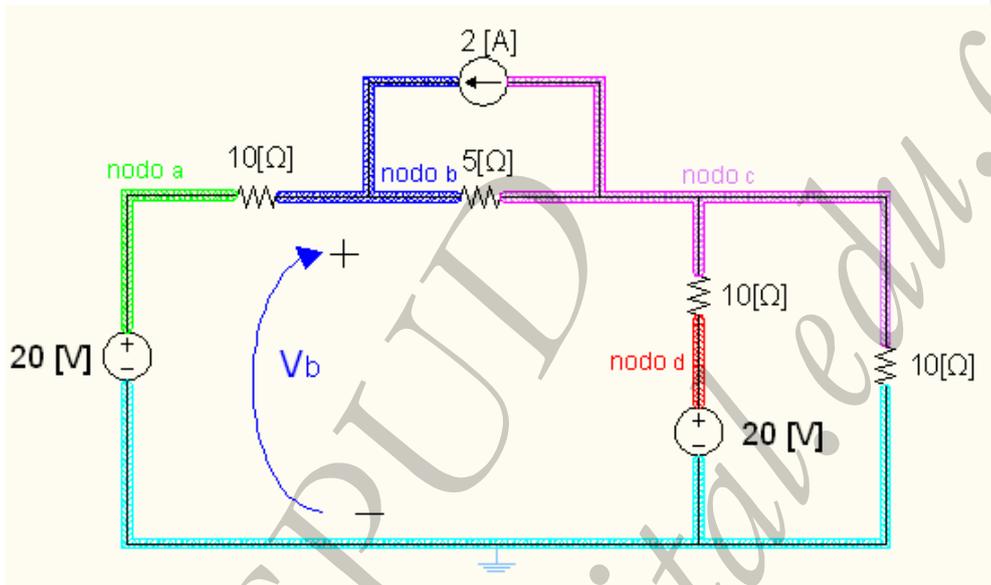
Circuito 16. Análisis de nodos, ejercicio 3 (Rairán, 2003, pág. 209).



Algoritmo de solución.

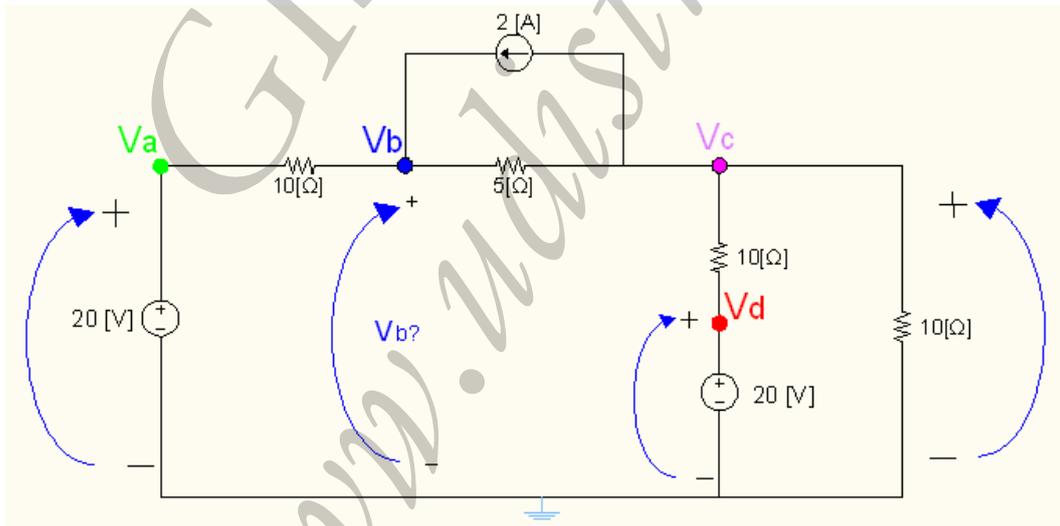
1. Designación de nodos en el circuito.

Circuito 17. Análisis de nodos. Asignación de nodos. Ejercicio 3



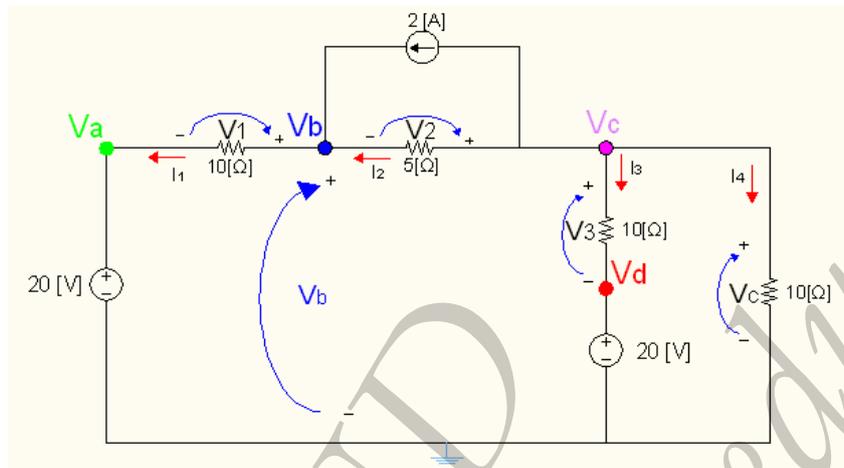
2. Teniendo en cuenta cada uno de los nodos se identifica su tensión y polaridad.

Circuito 18. Análisis de nodos. Tensión de nodos. Ejercicio 3



3. Asignación de variables del circuito teniendo en cuenta las tensiones de nodo ya nombradas y convención pasiva de signos.

Circuito 19. Análisis de nodos asignación de variables al circuito. Ejercicio 3.



Observando el circuito es posible deducir las tensiones en los nodos a y d.

$$V_a = 20 [V]$$

$$V_d = 20 [V]$$

4. Hacer ley de corrientes de Kirchhoff en el nodo b.

LCK nodo V_b

$$\sum I = 0 \Rightarrow i_1 = i_2 + i_F$$

$$i_1 = \frac{V_b - V_a}{10[\Omega]} = \frac{V_b - 20[V]}{10[\Omega]} ; \quad i_2 = \frac{V_c - V_b}{5[\Omega]}$$

$$\frac{1}{10} V_b - 2 = \frac{1}{5} V_c - \frac{1}{5} V_b + 2$$

$$\frac{3}{10} V_b - \frac{1}{5} V_c = 4 \quad \text{ecuación 1}$$

5. Hacer ley de corrientes de Kirchhoff en el nodo c.

LCK nodo V_c

$$\sum I = 0 \Rightarrow i_4 + i_2 + i_3 + i_F = 0$$

$$i_4 = \frac{V_c - V_{ref}}{10[\Omega]} = \frac{V_c - 0[V]}{10[\Omega]}$$

$$i_2 = \frac{V_c - V_b}{5[\Omega]}$$

$$i_3 = \frac{V_c - V_d}{10[\Omega]} = \frac{V_c - 20[V]}{10[\Omega]}$$

$$\frac{1}{10}V_c + \frac{1}{5}V_c - \frac{1}{5}V_b + \frac{1}{10}V_c - 2 + 2 = 0$$

$$-\frac{1}{5}V_b + \frac{2}{5}V_c = 0 \text{ ecuacion 2}$$

6. Se obtiene un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

$$\frac{3}{10}V_b - \frac{1}{5}V_c = 4 \text{ ecuación 1}$$

$$-\frac{1}{5}V_b + \frac{2}{5}V_c = 0 \text{ ecuación 2}$$

A continuación se construye el sistema matricial que refleja el sistema de ecuaciones.

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{10} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V_b = 20 [V] \ ; \ V_c = 10 [V]$$